

Kutatási beszámoló

Kupán A. Pál, Szász Róbert

A kutatásunk során, a kutatás második szakaszában csillagszerűségi feltételek javítását tűztük ki célul. A témával kapcsolatban két cikket írtunk. Az első cikk "About strong starlikeness conditions". Ebben a következő két állítás egy-egy javított változatát bizonyítottuk:

$$f \in \mathcal{A}, \operatorname{Re} \left(z f'(z) + z^2 f''(z) \right) > 0, z \in U, \text{ akkor } \left| \arg \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| < \frac{\pi}{3}, z \in U$$

$$f \in \mathcal{A}, \operatorname{Re} \left(z f'(z) + \frac{1}{2} z^2 f''(z) \right) > 0, z \in U, \text{ akkor } \left| \arg \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| < \frac{4\pi}{9}, z \in U.$$

Ez a két implikáció P.T.Mocanu professzor úr eredménye. A professzor úr a bizonyításaiban a differenciál alárendelések módszerét alkalmazta.

A mi bizonyításunk a konvolúción alapszik és az eredményünk azt mondja ki, hogy

$$f \in \mathcal{A}, \operatorname{Re} \left(z f'(z) + z^2 f''(z) \right) > 0, z \in U, \text{ akkor } \left| \arg \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| < \frac{3\pi}{10}, z \in U$$

$$f \in \mathcal{A}, \operatorname{Re} \left(z f'(z) + \frac{1}{2} z^2 f''(z) \right) > 0, z \in U, \text{ akkor } \left| \arg \frac{z f'(z)}{f(z)} \right| < \frac{3\pi}{8}, z \in U.$$

Ezt a cikket a Filomat folyóirathoz küldtük el.

A második cikk, amit ugyanezzel a témával kapcsolatban írtunk "The sharp version of a strongly starlikeness condition".

Ebben a cikkben a következő két függvényosztállyal foglalkozunk:

$$\alpha \in (0, 1], \quad SS^*(\alpha) = \left\{ f \in \mathcal{A} : \left| \arg \frac{zf'(z)}{f(z)} \right| < \frac{\alpha\pi}{2}, \quad z \in U \right\},$$

$$b > 0, \quad \mathcal{G}_b = \left\{ f \in \mathcal{A} : \left| \frac{1 + \frac{zf''(z)}{f'(z)}}{\frac{zf'(z)}{f(z)}} - 1 \right| < b, \quad z \in U \right\}.$$

A cikkben többek között igazoljuk, hogy $b = \sin \frac{\alpha\pi}{2}$ a legnagyobb értéke b -nek, amely esetén még teljesül, hogy

$$\mathcal{G}_b \subset SS^*(\alpha).$$

A bizonyítás a differenciál alárendelések módszerével történik.

Ugyanebben a cikkben az

$$S(A, B) = \left\{ f \in \mathcal{A} : \frac{zf'(z)}{f(z)} \prec \frac{1 + Az}{1 + Bz}, \quad -1 \leq B < A \leq 1 \right\}$$

osztállyal kapcsolatban a következő eredményt bizonyítottuk:

Ha $f \in \mathcal{G}_b$ és $b(1 + A - B + |B|) < A - B$, akkor $f \in S(A, B)$.

Ennek az eredménynek a bizonyítása bizonyos egyenlőtlenségek megfelelő alkalmazásán alapszik.

Ezt a cikket a "Journal of Prime Research in Mathematics" szaklaphoz küldtük el közlésre.

References

- [1] S.S. Miller, P.T. Mocanu, *Differential Subordinations Theory and Applications*, Marcel Dekker, New York, Basel 2000.
- [2] S.S. Miller, P.T. Mocanu, *The theory and applications of second-order differential subordinations*, Stud. Univ. Babeş-Bolyai Math., 34, 4(1989), 3-33.
- [3] M. Nunokawa, S. Owa, H. Saitoh, N. Takahashi, On a strongly starlikeness criteria, Bull. Inst. Math. Acad. Sinica, Vol. 31, 3(2003), 195-199.

- [4] Janusz Sokół, Trojnar-Spelina Lucyna, *On a sufficient condition for strongly starlikeness*, J. Ineq. Appl. 2013:383